

DOI:10.13718/j.cnki.xsxb.2023.07.018

基于GM(1, 1)灰色模型对奥运会男子100 m金牌成绩的预测研究^①

龙家勇¹, 蔚卓虹²

1. 西南政法大学 体育部, 重庆 401120; 2. 重庆两江新区金州小学, 重庆 401121

摘要: 竞技体育成绩的变化规律具有不确定性、未知性以及模糊性等特点, 把握竞技体育成绩的发展变化规律对竞技项目的训练目标以及发展具有重要意义. 在理解分析灰色系统理论的基础上, 以近7届(第26~32届)奥运会男子100 m金牌成绩为原始数据, 运用灰色系统理论建立奥运会男子100 m金牌成绩GM(1, 1)灰色预测模型, 曲线拟合结果为 $y=2\ 376.057\ 6\ e^{-0.004\ 2k}(e^{0.004\ 2}-1)$. 对模型进行相关指标检验, 得出模型的精确度较高, 具有一定的应用价值. 对第33届奥运会男子金牌成绩进行了预测分析, 当 $k=7$ 时, 模型预测结果100 m成绩为9.700 7 s, 结果为揭示奥运会男子100 m金牌成绩的发展趋势提供了积极的理论参考.

关键词: 奥运会; GM(1, 1)灰色模型; 男子100 m; 成绩预测

中图分类号: G80-32

文献标志码: A

文章编号: 1000-5471(2023)07-0123-06

Research on the Prediction of Men's 100m Gold Medal Results of the Olympic Games Based on GM(1, 1) Grey Model

LONG Jiayong¹, WEI Zhuohong²

1. Sports Department, Southwest University of Political Science and Law, Chongqing 401120, China;

2. Jinzhou Primary School in Liangjiang New District, Chongqing 401121, China

Abstract: The changes in competitive sports performance have characteristics such as uncertainty, unknown, and fuzziness. Grasping the development and changes in competitive sports performance is of great significance for the training objectives and development of competitive events. On the basis of understanding and analyzing the grey system theory, this study used the men's 100m gold medal results of 7 (26th to 32nd) Olympic Games as raw data, and used grey system theory to establish a GM(1, 1) grey prediction model for the men's 100m gold medal results of the Olympic Games. The curve fitting results are $y=2\ 376.057\ 6\ e^{-0.004\ 2k}(e^{0.004\ 2}-1)$. By conducting relevant indicator tests on the model, it was found that the model has high accuracy and certain application value. A predictive analysis was conducted on the men's gold medal performance in the 33rd Olympic Games. When $k=7$, the model predicted a result of 9.700 7 seconds for the 100 meter performance. The result provided a positive theoretical reference for revealing the development trend of men's 100 meter gold medal performance in the Olympics Games.

Key words: Olympic Games; GM(1, 1) model; Men's 100m; prediction of results

① 收稿日期: 2023-05-12

基金项目: 重庆市教育委员会人文社会科学一般项目(21SKGH021); 重庆市研究生教育教学改革研究项目(yjg223025); 重庆市深化教育领域综合改革第9批试点项目(2023).

作者简介: 龙家勇, 硕士, 副教授, 主要从事运动训练学、体育统计学研究.

竞技体育成绩的预测是竞技赛事领域的一项常规化理论研究, 历久弥新意义深远. 随着信息技术以及应用统计学的发展与运用, 对竞技体育进行较精确的预测具有了很大可行性. 奥运会成绩的预测更是成为了各国体育研究人员的重点探索领域, 该预测与研究关系到各个国家竞技体育项目的目标战略与决策管理, 是国家竞技体育发展与规划的重要一环, 也关系到各个国家奥运重点项目的主攻方向性选择以及项目的布局谋划. 灰色系统应用于竞技体育的预测较早, 该理论是由我国著名教授邓聚龙在 20 世纪 70 年代末提出的, 它是在信息论和控制论的基础上产生的一种系统理论. 很多研究处于“黑与白”之间, 它所表现出来的特定性被称为灰色^[1]. 该理论广泛应用于有序、随机的灰色过程预测, 并总结分析其背后潜在的规律与本质. 灰色预测的原理主要是运用关联分析方法去探讨各因素之间的相关性以及发展规律与趋势, 进而预测预研问题在未来某一时刻的特征量或达到某一特征量的时间^[2]. GM(1, 1)灰色模型具有预测精度高、需要数据较少的特点, 是灰色系统理论中较典型的应用模型^[3]. 该模型主要通过对原始数据或资料的长期累积, 分析找出研究数据之间的内在关联性与规律, 并根据数据的变化规律预测未来竞技体育的成绩. GM(1, 1)灰色模型在体育成绩的预测中运用较多, 如赵云宏等^[4-5]运用灰色系统理论中的 GM(1, 1)灰色模型, 进行了女子 100 m 栏的世界和全国记录以及女子自由泳全国记录等项目的成绩预测与分析. 邹煜^[6]运用 GM(1, 1)灰色模型对国际优秀十项全能选手的竞赛成绩进行了多方位、多层次的探讨分析与预测. 蔡忠建^[7]和邓美兰等^[8]运用 GM(1, 1)灰色模型对短道速滑以及奥运会男子全能项目进行了成绩预测分析等. 由此可见, 我国有较多体育学者将 GM(1, 1)灰色模型应用到竞技体育成绩的预测中, 并且取得了不错的效果. 本研究以近 7 届(第 26~32 届)夏季奥运会男子 100 m 的金牌成绩为研究对象, 运用灰色系统理论中的 GM(1, 1)模型方法, 尝试性建立夏季奥运会男子 100 m 金牌成绩的 GM(1, 1)预测模型; 同时对第 33 届夏季奥运会男子 100 m 金牌成绩进行了预测与分析, 期望为相关决策部门提供积极的理论参考与实践.

1 研究对象与方法

1.1 研究对象

以近 7 届(第 26~32 届)夏季奥运会男子 100 m 成绩数据为研究对象, 数据来源于中国奥运会官方网站, 数据可靠.

1.2 研究方法

1.2.1 文献资料法

通过中国知网查阅近 20 年相关文献资料 50 余篇为本研究提供一定的理论基础.

1.2.2 数理统计法

运用 Matlab7.5 统计软件对收集的数据进行处理分析.

2 结果与分析

2.1 GM(1, 1) 灰色模型的定义

在灰色理论中通常把 $X^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 称作灰色模型 GM(1, 1) 的定义型, 记为 GM(1, 1, D). 模型释义^[9]: ①GM(1, 1) 灰色模型是灰色预测的基础, 它是由一个包含单变量的一阶微分方程构成的模型, 即含义为 1 阶(Order), 1 个变量(Variable) 的灰(Grey) 模型. ②灰色模型中 a 的大小以及符号反映 $X^{(0)}$ (及 $X^{(1)}$) 的发展态势, 称 a 为灰色模型中的发展系数. ③ b 为灰色模型中的灰作用量, 其内涵为系统的作用量, 但是它不可以直接观测, 可通过计算得到, 是等效的作用量, 是具有灰信息覆盖的作用量, 故称作灰作用量. ④ $z^{(1)}(k)$ 的序列: $z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n))$; $z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1)$, 称为白化背景值序列; 基于每个白化背景值 $z^{(1)}(k)$ 都是 $x^{(1)}(k)$ 与 $x^{(1)}(k-1)$ 的平均值, 故记 $z^{(1)}$ 为 MEAN $x^{(1)}$, 即 $z^{(1)} = \text{MEAN}x^{(1)}$.

2.2 GM(1, 1) 灰色模型理论依据

设时间序列 $X^{(0)}$ 有 n 个观测值, $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)\}$, 通过累加生成新序列 $X^{(1)}$, $X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)\}$, 则 GM(1, 1) 灰色模型相应的微分方程为 $\frac{dx^{(1)}}{dt} +$

$aX(1) = b$. 式中, a 为发展系数, b 为灰色作用量. 设 α 为待估参数向 $\alpha = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, 利用最小二乘法可得^[9]:

$$\alpha = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_n, \text{ 其中, } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)] & 1 \\ \dots & \dots \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(n-1) + X^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B}^T \text{ 为 } \mathbf{B} \text{ 的转置矩阵, } (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \text{ 为}$$

$$(\mathbf{B}^T \mathbf{B}) \text{ 矩阵的逆矩阵, } \mathbf{Y}_n = \begin{bmatrix} X^{(0)}(2) \\ X^{(0)}(3) \\ \dots \\ X^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \text{ 求解微分方程, 可得 GM(1, 1) 灰色模型的时间相应序列:}$$

$$\hat{X}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) e^{-ak} + \frac{b}{a}, k=0, 1, 2, \dots, n.$$

2.3 GM(1, 1) 灰色预测模型的建立

本研究对近7届(第26~32届)夏季奥运会100 m冠军数据(表1)尝试建立GM(1, 1)灰色预测模型, 通过统计软件计算所得到的新的时间序列称为生成列.

表1 近7届夏季奥运会男子100 m的金牌成绩统计一览表

届次/届	26	27	28	29	30	31	32
成绩/s	9.84	9.87	9.85	9.69	9.63	9.81	9.80

累加生成序列

$$X^{(1)} = \{X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), X^{(1)}(3), \dots, X^{(1)}(n)\}$$

$$X^{(0)} = \{9.84, 9.87, 9.85, 9.69, 9.63, 9.81, 9.80\}$$

$$X^{(1)} = \{9.84, 19.71, 29.56, 39.25, 48.88, 58.69, 68.49\}$$

$$\text{则 } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(3) + X^{(1)}(4)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(4) + X^{(1)}(5)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(5) + X^{(1)}(6)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(6) + X^{(1)}(7)] & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14.95 & 1 \\ -24.89 & 1 \\ -34.79 & 1 \\ -44.645 & 1 \\ -54.505 & 1 \\ -64.275 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{Y}_n = \begin{bmatrix} 9.87 \\ 9.85 \\ 9.69 \\ 9.63 \\ 9.81 \\ 9.80 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}^T \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -14.95 & -24.89 & -34.79 & -44.645 & -54.505 & -64.275 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14.95 & 1 \\ -24.89 & 1 \\ -34.79 & 1 \\ -44.645 & 1 \\ -54.505 & 1 \\ -64.275 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1149 & -0.0238 \\ -0.0238 & 0.0006 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} = \begin{bmatrix} 1.1149 & -0.0238 \\ -0.0238 & 0.0006 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0006 & 0.0233 \\ 0.0233 & 1.0907 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}^T \mathbf{Y}_n = \begin{bmatrix} -14.95 & -24.89 & -34.79 & -44.645 & -54.505 & -64.275 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.87 \\ 9.85 \\ 9.69 \\ 9.63 \\ 9.81 \\ 9.80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.3389 \\ 0.0591 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_n = \begin{bmatrix} 0.0042 \\ 10.0214 \end{bmatrix}, \text{ 即 } a = 0.0042; b = 10.0214$$

所以, GM(1, 1) 灰色模型的白化方程为 $\frac{dx^{(1)}}{dt} + 0.0042X^{(1)} = 10.0214$, $X^{(0)}(1) = 9.84$, $\frac{b}{a} = 2386.0476$, 时间响应式 $\hat{X}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}$, 即 $\hat{X}(k+1) = -2376.0576e^{-0.0042k} + 2386.0476$, 即得出的预测模型为 $\hat{y} = -2376.0576e^{-0.0042k} + 2386.0476$.

2.4 GM(1, 1) 灰色预测模型的检验

预测一般是指对未来事件的可能性和不确定性进行分析与总结叙述. 对于竞技体育成绩的预测与分析来说, 其预测的精度和可靠性是至关重要的^[10], 所以还应对所建模型的相关指标进行检验以确保预测模型的精确度以及竞技体育成绩的有效性^[11].

2.4.1 残差检验

将 $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 分别代入构建的预测模型中可得序列:

$$\hat{X}^{(1)} = [9.84, 19.9494, 29.8862, 39.7414, 49.5752, 59.3678, 69.1194]$$

$$\text{累减生成 } \hat{X}^{(0)} \text{ 序列: } \hat{X}^{(0)} = [9.9909, 9.9594, 9.9368, 9.8552, 9.8338, 9.7926, 9.7516]$$

$$\text{绝对误差序列: } \Delta^{(0)} = [0.0009, 0.0394, 0.0232, 0.0152, 0.0362, 0.0574, 0.0616]$$

$$\text{相对误差序列: } \varphi = [0.0090\%, 0.3971\%, 0.2329\%, 0.1544\%, 0.3667\%, 0.5827\%, 0.6357\%]$$

相对误差均小于 0.65%, 模型精确度较高.

2.4.2 关联度检验

2.4.2.1 关联系数的计算

$$\eta(i) = \frac{\min\{\Delta_i^{(0)}\} + \rho \max\{\Delta_i^{(0)}\}}{\Delta_i^{(0)} + \rho \max\{\Delta_i^{(0)}\}}, i = 1, 2, 3, \dots, n, \rho = 0.5. \text{ 式中, } \rho \text{ 为分辨率, } 0 < \rho < 1, \text{ 一般取 } \rho$$

$= 0.5$, 当 $\rho = 0.5$ 时, 关联度大于 0.6, 预测模型即为满意^[11].

本例中, $\min\{\Delta_i^{(0)}\} = [0.0009, 0.0394, 0.0232, 0.0152, 0.0362, 0.0574, 0.0616] = 0.0009$, $\max\{\Delta_i^{(0)}\} = [0.0009, 0.0394, 0.0232, 0.0152, 0.0362, 0.0574, 0.0616] = 0.0616$, 关联系数: $\eta(k) = [1, 0.45156, 0.58703, 0.68913, 0.77313, 0.35941, 0.34307]$.

2.4.2.2 关联度的计算

关联度计算公式 $\gamma = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta(k)$, 本例中关联度结果为 $r = \frac{1}{7}(1 + 0.45156 + 0.58703 + 0.68913 + 0.77313 + 0.35941 + 0.34307) = 0.60047$. 满足关联度 $r > 0.6$ 的检验准则.

2.4.3 后验差检验

利用 SPSS17.0 统计软件计算出原始序列的标准差 $S_1 = 0.09880$, 绝对误差序列的标准差 $S_2 = 0.02209$. 根据方差比公式 $C = \frac{S_2}{S_1}$ 可以计算出 C 值, 为 0.22358; 小误差概率计算公式 $P = p\{|\Delta^{(0)}(i) - \bar{\Delta}^{(0)}| < 0.6745 S_1\}$, 令 $e_i = |\Delta^{(0)}(i) - \bar{\Delta}^{(0)}|$, $S_0 = 0.6745 S_1$, 则小误差概率 $S_0 = 0.6745 \times 0.09880 = 0.06664$, $e_i = [0.03328, 0.01098, 0.030246, 0.01898, 0.00202, 0.02322, 0.02742]$, 可以看到, 所有的 e_i 值都小于 S_0 , 故 $P = 1$, $C < 0.35$. GM(1, 1) 灰色模型精度级别分级标准见表 2.

表2 灰色模型预测精度等级表^[7]

P	C	模型精度等级
≥ 0.95	≤ 0.35	一级(好)
$0.80 \leq P < 0.95$	$0.35 < C \leq 0.50$	二级(合格)
$0.70 \leq P < 0.80$	$0.50 < C \leq 0.65$	三级(勉强合格)
< 0.70	> 0.65	四级(不合格)

经过残差检验、关联度检验和后验差检验后,结果表明该模型均达到了模型检测的统计参考标准,具有良好的精度和一定的实用价值,可以用模型 $\hat{y} = -2\,376.057\,6 e^{-0.004\,2k} + 2\,386.047\,6$ 对第33届奥运会男子100 m金牌成绩进行预测,还原值为 $y = 2\,376.057\,6 e^{-0.004\,2k} (e^{0.004\,2} - 1)$,当 $k=7$ 时, $y=9.700\,7\,s$,即第33届夏季奥运会男子100 m金牌的预测成绩为9.700 7 s.

2.5 成绩定量预测探讨分析

2.5.1 成绩变化走向分析

在竞技体育比赛中,运动员的成绩是现场比赛的水平体现,是运动员竞技能力最直接最有效的反映,更是对运动员训练成效的检验与客观评定^[12].本研究以近7届奥运会男子100 m金牌比赛成绩为原始数据,绘制金牌成绩变化折线图.从图1可知,第26~32届奥运会男子100 m的金牌成绩曲线呈波浪式摆动,随时间序列的动态变化呈一定的变化趋势.整体上来看,第26~32届奥运会男子100 m金牌成绩呈小周期性逐步提高.据该走向分析,第33届夏季奥运会男子100 m金牌成绩很有可能呈现“回冷期”,也就是说第33届奥运会男子100 m金牌成绩要比伦敦奥运会上牙买加选手博尔特创造的9.63 s还稍差一些.当然这是一场理论上的预测,仅能说明本研究奥运会100 m金牌成绩的预测结果在某种程度上遵循了竞技成绩变化发展的一般规律.运动员的成绩变化与走向在理论研究上能较精确地加以预测分析,但随着训练技术的突破和训练器材与科技装备的日益发展,在某个时期或阶段运动员的成绩有可能成爆发式的增长与突破.比如在北京奥运会上,美国游泳运动员菲尔普斯由于最新科技的比赛装备再结合自身优异的竞技水平,在该奥运会上共荣获7枚金牌,打破了多项世界记录创造了多项历史.理论上预测分析竞技运动员成绩变化与走向,是一种常规化状态下的考量与分析,并不包括特殊情况,这也是以后体育学者进行研究探讨时需要综合考虑的.奥运会运动成绩的变化与走向是各国体育科研工作者长期跟踪与关注的重点,能否精确地预测和分析成绩的变化与发展趋势,对各教练员、运动员目标战略的实施有着重要的参考意义,所以通过奥运项目的成绩尤其是金牌成绩的准确预测与分析对未来该项目的发展至关重要.

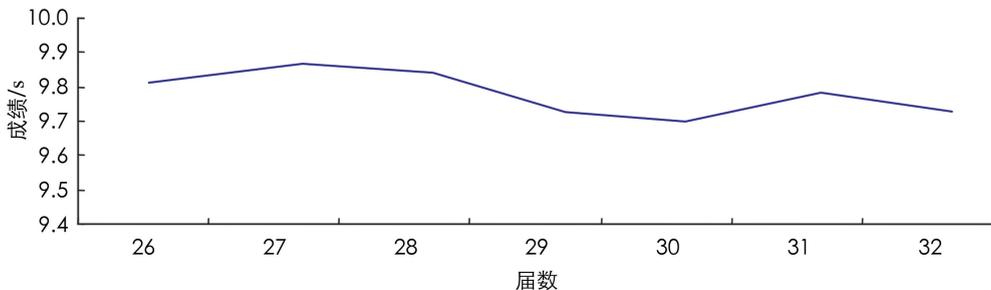


图1 近7届奥运会100 m金牌成绩变化折线图

2.5.2 成绩预测精度分析

每一届奥运会成绩深受人们的关注,尤其是100 m金牌成绩,对其成绩的预测和分析也是该项目工作者的重点研究方向之一.在进行竞技体育成绩预测时,要根据项目的属性进行定性与定量的多方面考虑,不能仅仅为了预测而预测^[13].众所周知,运动员的竞技成绩尤其是奥运会成绩,受到很多因素的影响,比如运动员个人的竞技能力、赛事心理状态、赛事环境以及裁判的裁定水平等.在对成绩进行预测时,灰色模型理论中对这些因素及其相互关系要求并不高,在进行理论建模时只要把这些能影响成绩的综合因素作为在一定时间与范围内的有关灰色量,用这些数据列建立预测模型即可^[14].需要说明的是灰色系统理论研究的是已知或未知部分信息,运动员成绩的影响因素并非确定的,在进行数据建模时可将它们视为一个灰色

系统. 本研究结合实际情况, 对夏季奥运会男子 100 m 金牌成绩(为减少计算误差, 取小数点后 4 位)进行了灰色理论的 GM(1, 1)模型预测. 从表 3 可知, 夏季奥运会的预测精度中, 第 32 届 100 m 成绩的预测精度位列第一, 达到 99.9%; 第 29 届奥运会成绩的预测精度最弱, 为 99.3%, 与前几届成绩的精度相比, 起伏相对较大. 第 29 届奥运会 100 m 决赛由于牙买加选手博尔特的超常发挥, 大大影响了统计学的预测效果. 这也说明了当某个项目有重大技术突破或超级天赋运动员出现时, 统计预测学会存在相对较大的误差. 当然这只是研究事件的偶然性与特殊性, 并不代表研究的常态化情况. 从本研究预测与分析精度的整体上来看, 第 26~32 届奥运会男子 100 m 的平均预测精度为 99.6%, 说明预测模型具有足够的精度, 具有一定的预测应用价值.

表 3 近 7 届夏季奥运会男子 100 m 金牌原始成绩与预测成绩对比一览表

届次	原始成绩/s	预测成绩/s	绝对误差	相对误差/%	预测精度/%
26	9.840 0	9.855 2	0.015 2	0.154 4	99.8
27	9.870 0	9.833 8	0.036 2	0.154 4	99.6
28	9.850 0	9.796 2	0.057 4	0.582 7	99.4
29	9.690 0	9.751 6	0.061 6	0.635 7	99.3
30	9.630 0	9.688 1	0.058 1	0.510 1	99.7
31	9.810 0	9.821 1	0.011 1	0.011 2	99.8
32	9.800 0	9.792 1	0.007 9	0.007 7	99.9
33	—	9.700 7	—	—	—

3 结论

在解读 GM(1, 1)灰色模型的定义、模型的构建等基础上, 建立了奥运会男子 100 m 金牌成绩 GM(1, 1)灰色预测模型, 并对模型进行了残差检验、后验差检验, 模型精度均为一级. 模型关联度大于 0.6, 精度高, 为奥运会男子 100 m 金牌成绩的预测与发展规律提供了积极的理论参考.

运用 GM(1, 1)灰色预测模型对第 26~32 届夏季奥运会的成绩进行了预测, 预测精度平均为 99.6%, 说明模型有较高的精度, 具有一定的实用价值. 对第 33 届奥运会男子 100 m 成绩进行预测, 结果为 9.700 7 s.

参考文献:

- [1] 范振国, 张凯. 灰色系统理论应用于运动训练领域的思考 [J]. 山东体育学院学报, 2000, 16(1): 28-30.
- [2] 刘思峰, 谢乃明. 灰色系统理论及其应用 [M]. 4 版. 北京: 科学出版社, 2008.
- [3] 邵桂华, 孙庆祝, 孙晋海. GM(1,1)模型群及其在体育中的应用研究 [J]. 山东体育科技, 1996, 18(2): 73-77.
- [4] 赵云宏, 周瑶. 女子 100m 栏世界、中国国家纪录的灰数递补模型及其成绩预测 [J]. 中国体育科技, 2002, 38(2): 39-40, 43.
- [5] 赵云宏, 袁建国, 杨书华. 女子自由泳全国纪录的灰色模型及其预测 [J]. 北京体育大学学报, 2001, 24(4): 499-500.
- [6] 邹煜. 对中外优秀十项全能运动员比赛成绩的灰色协调分析 [J]. 武汉体育学院学报, 2002, 36(4): 72-74.
- [7] 蔡忠建. 对我国著名速滑运动员于净身体素质的 R 型因子分析和等维灰数递补 GM 模型预测 [J]. 中国体育科技, 2003, 39(4): 57-59.
- [8] 邓美兰, 张珍. 奥运会男子十项全能前三名成绩的灰色预测模型的研究 [J]. 数学的实践与认识, 2009, 39(18): 44-49.
- [9] 邓聚龙. 灰色理论基础 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
- [10] 陈艳, 陈艳林. 奥运会径赛成绩定量预测 [J]. 天津体育学院学报, 20(2): 159-161.
- [11] 朱红兵, 刘建通, 王港, 等. GM(1, 1)模型灰色预测法及其在预测体育成绩中的应用 [J]. 首都体育学院学报, 2003, 15(1): 118-121.
- [12] 田麦久. 运动训练学 [M]. 2 版. 北京: 人民体育出版社, 2000.
- [13] 权德庆, 雷福民. 对竞技体育成绩预测方法的研究与分析 [J]. 西安体育学院学报, 1993, 10(1): 18-22, 80.
- [14] 蔡素丽. 灰色系统理论 GM(1, 1)预测模型应用实证分析 [J]. 廊坊师范学院学报(自然科学版), 2015, 15(6): 5-8, 12.